

# فصل اول

# تعریف کلی

درس نمونه برداری



## • احتمال:

به شانس وقوع یک رخداد اطلاق می شود و به صورت نسبت زیر مجموعه ای خاص از پیشامدهای ممکن بیان می شود.

## • پراش:

معیاری آماری است که معرف شدت پراکندگی یک متغیر تصادفی حول مقدار میانگین آن است.

واریانس از نظر بزرگی برابرست با جمع مربع انحرافات از مقدار میانگین تقسیم بر درجه آزادی.

برتری واریانس نسبت به انحراف معیار در خاصیت جمع پذیری آن است بطوریکه می توان نوشت:

$$\text{اندازه گیری } V + \text{آماده سازی } V + \text{نمونه برداری } V = \text{کل } V$$

$$St^2 = S_s^2 + S_p^2 + S_a^2$$

$$S_t = \sqrt{S_s^2 + S_p^2 + S_a^2}$$

## ۰ انحراف معیار:

کمیتی است برای تخمین مقدار تغییرات تصادفی مجموعه ای از اندازه گیری ها حول مقدار میانگین آنها. از نظر مقدار برابر جذر واریانس(پراش) می باشد.  
این کمیت میتواند معرف دقت اندازه گیری ها باشد.

$$\text{واریانس} = \sqrt{\text{انحراف معیار}}$$

## ۰ ضریب تغییرات:

کمیتی آماری است که میتواند معرف شدت تغییر پذیری تصادفی بین داده های حاصل از یک سری اندازه گیری باشد.

$$C.V = \frac{s}{\bar{x}}$$

این کمیت را میتوان انحراف معیار نسبی نیز نامید.

**به وضیله ضریب همبستگی:** تغییرات میتوان شدت تغییر پذیری دو یا چند جامعه را نسبت بهم سنجید.  
این کمیت معرف میزان همبستگی آماری بین دو متغیر تصادفی است و از نظر عددی بین  $-1$  و  $+1$  تغییر می کند.  
ضریب همبستگی صفر بین دو متغیر تصادفی معرف عدم وجود هرگونه همبستگی آماری بین آنهاست.

## • خطای مطلق:

به اختلاف بین مقدار اندازه گیری شده یک کمیت و مقدار حقیقی آن اطلاق می شود.

خطا میتواند در مراحل مختلف عملیات، از نمونه برداری تا اندازه گیری رخ دهد. بر حسب ماهیت خطا، آن را از نوع تصادفی و یا سیستماتیک دانست.

## • خطای نسبی:

اگر اختلاف بین مقدار یک اندازه گیری (یا میانگین یک سری اندازه گیری) و مقدار حقیقی آن را به مقدار حقیقی آن کمیت تقسیم کنیم خطای نسبی به دست می آید:

$$R.E = \left( \frac{X_i - \bar{X}}{\bar{X}} \right)$$

## • اندازه گیری های خارج از ردیف:

به مقادیر اندازه گیری شده ای اطلاق میشود که نسبت به سایر اندازه گیری ها دارای خطا ناهمجارت (غیرمعمول) بوده و نسیت به آنها ناسازگاری نشان می دهد.

برای از بین بردن اثر این مقادیر از آزمونهای آماری (آزمون Q) استفاده میشود.

## • خطای سیستماتیک:

به اختلاف آماری معنی داری اطلاق میشود که بین مقادیر میانگین یک سری اندازه گیری با مقدار حقیقی آنها وجود دارد. معنی دار بودن این اختلاف تابع سطح اعتمادی است که بطور انتخابی تعیین میگردد.

هرچه مقدار این خطا برای یک سری از اندازه گیری ها کمتر باشد، صحت اندازه گیری ها بیشتر خواهد بود.

## • تمايل مطلق:

به اختلاف آماری معنی داری که بین داده ای حاصل از یک سری اندازه گیری و مقدار حقیقی آن وجود دارد اطلاق می گردد.  
برای تعیین سطح معنی دار بودن اختلاف از آزمون Fisher و t-student استفاده می کنند.

## • تمايل نسبی:

به اختلاف آماری معنی داری اطلاق می شود که بین میانگین یک سری اندازه گیری با میانگین یک سری دیگری از همان (نوع) اندازه گیری وجود دارد.

## • درجه آزادی(اصطلاح آماری):

به تعداد مقایسات مستقل ممکن بین مجموعه ای از اندازه گیری ها گفته می شود.  
برای مجموعه ای با  $n$  اندازه گیری درجه آزادی  $n-1$  است ، ولی درمورد یک ماتریس ازاندازه گیری ها محاسبه این عدد کمی پیچیده تر است.  
برای مثال، درجه آزادی کلی برای ماتریسی با  $c$  ستون و  $r$  سطر برابرست با  $c-1-(r.c)$ ، در صورتی که درجه آزادی برای ستون ها  $c-1$  و برای سطرها  $(\sum r_i - 1)$  است.

## • درجه آزادی(اصطلاح کانی شناسی):

به قطری اطلاق میشود که به ازاء آن یک کانی خاصی به صورت ذرات مستقل آن از سنگ یا کانی درونگیر جدا میشود.  
درجه آزادی کانی های مختلف تشکیل دهنده یک سنگ ممکن است متفاوت باشد.  
به عبارت دیگر:

مثال:

## ۰ قطر فوقانی:

به حداقل قطر دهانه سرندی گفته میشود که بیش از ۵% کل مواد سرند شده روی آن باقی نماند.

## ۰ نمونه برداری:

به عملیات برداشت یک یا مجموعه ای از «جزء نمونه ها» از یک واحد نمونه برداری معینی گفته میشود.  
این برداشت باید به نحوی صورت گیرد که مقدار کمیت مورد نظر در نمونه را بتوان در یک سطح اعتماد معین به واحد نمونه برداری نسبت داد.

## ۰ روش نمونه برداری:

رویه ای خاص برای برداشت نمونه از یک واحد نمونه برداری است که در آن با رعایت یک تناسب بین متغیرهای بنظر تعداد جزء نمونه ها، وزن هر یک از آنها، توزیع فضایی و زمانی آنها و همچنین احتمال برداشت آنها، سعی در انتخاب نمونه ای هرچه معرفت‌تر شود.

## ۰ فضای نمونه برداری هم احتمال:

نوعی فضای نمونه برداری است که ددر آن از نظر آماری تمام رخدادهای ممکن دارای احتمال وقوع یکسان هستند.

## • سلول نمونه برداری:

واحد ساختمانی اولیه در فضای نمونه برداری است که با آن واحد های بزرگتر نمونه برداری یک، دو و یا سه بعدی را میتوان ساخت.

## • نمونه برداری کاملاً تصادفی:

یک روش نمونه برداری است که در آن «جزء نمونه ها» به صورت کاملاً تصادفی از مختصات مکانی (یا زمانی) واحد نمونه برداری برداشت میشوند.

انتخاب مختصات مکان یا زمانی کاملاً تصادفی می تواند از طریق انتخاب اعداد تصادفی در محدوده فضای نمونه برداری انجام پذیرد.

## • نمونه برداری ردیفی سیستماتیک:

نوعی روش نمونه برداری است که در آن، واحد نمونه برداری به مجموعه ای از ردیف ها تقسیم میشود و سپس هر ردیف خود به چندین سلول تقسیم میشود، آنگاه در هر ردیف یک یا چند سلول به طور ثابت و منظم از مکان مشابهی در ردیف های مختلف به عنوان نمونه برداشت میشود.

مثال:

تصویر:

## • واحد نمونه برداری یک بعدی:

نوعی واحد نمونه برداری است که در آن تغییرات متغیر مورد اندازه گیری در یک بعد نسبت به دو بعد دیگر نقش اساسی و عمدی را دارد. در واقع میتوان از تغییرات کمیت مورد نظر در دو بعد نسبت به بعد سوم صرفنظر کرد.

نوار نقاله بهترین مثالی است که در این مورد میتوان ارائه کرد، زیرا برای مثال تغییرات کمیتی مانند عیار با دانه بندی در عرض باریک نوار نقاله و یا در عمق کم مواد روی آن (بشرط تصادفی بودن توزیع) نسبت به تغییرات همین کمیت‌ها در طول آن قابل صرفنظر کردن است.

## • واحد نمونه برداری دو بعدی:

نوعی واحد نمونه برداری است که در آن تغییرات کمیت مورد نظر در امتداد یک بعد نسبت به دو بعد دیگر قابل اغماض است. از نظر هندسی این نوع واحدهای نمونه برداری اغلب صفحه‌ای شکل هستند، ولی ممکن است یک فضای نمونه برداری به ظاهر سه بعدی رابتوان از نقطه نظر چگونگی تغییرات متغیرها، دو بعدی و یا حتی یک بعدی تلقی کرد.

## • واحد نمونه برداری سه بعدی:

نوعی واحد نمونه برداری است که در آن تغییرات متغیر مورد نظر در امتداد هر سه بعد آن چشمگیر و قابل اهمیت می‌باشد. این نوع واحد نمونه برداری را میتوان به مجموعه‌ای از سلول‌های سه بعدی تقسیم کرد و سپس هر سلول را مورد نمونه برداری قرار داد. در صورت امکان اختلاط مواد بطور کاملاً تصادفی در یک واحد نمونه برداری سه بعدی ممکن است به شرایطی دست یافت که یکی از سطوح آن را بتوان به عنوان سطحی تصادفی از کل واحد نمونه برداری تلقی نمود و از آن نمونه برداری کرد.

## • محموله:

به بزرگترین واحد نمونه برداری مواد استخراج شده اطلاق میشود و عموماً هدف نمونه برداری از آن تخمین کمیتی معین مانند عیار برای کل آن است. هر محموله را میتوان بر حسب نیاز به چند واحد کوچک تر به نام پشته تقسیم کرد.

## • پشته:

واحد سازنده یک محموله ازمواد معدنی است که برای اندازه گیری هر کمیتی دلخواه در آن باید به برداشت حداقل یک «نمونه کلی» از آن اقدام کرد.

## • واحد نمونه برداری:

به توده ای ازمواد معدنی طبیعی و یا بخشی از یک محموله معدنی گفته میشود که در آن برای هر کمیت دلخواه بتوان پارامترهای آماری نظیر مقدار میانگین و یا واریانس را ارزیابی نمود.

برای مثال، میتوان از یک لایه بوکسیتی و یا محصول یک شیفت در یک کارخانه فرآوری به عنوان یک واحد نمونه برداری نام برد.

## • جزء نمونه:

به مقداری از مواد که در ابتدایی ترین مرحله نمونه برداری مستقیماً از واحد نمونه برداری برداشت میشود اطلاق می گردد. عبارت دیگر «جزء نمونه» معرف کوچکترین و ابتدایی ترین جزء برداشت شده از واحد نمونه برداری است. وزن جزء نمونه می تواند از حدود ۱۰۰ گرم برای مواد تغليظ شده دانه ریز تا بیش از چند تن در مواد معدنی ناهمگن دانه درشت با عیار کم تغییر کند. چندین جزء نمونه برداشت شده از هر واحد نمونه برداری را میتوان با یکدیگر مخلوط کرد تا یک «نمونه کلی» به دست آید.

## • نمونه برداری:

به نمونه ای اطلاق میگردد که از مخلوط کردن چند و یا همه ای جزء نمونه های برداشت شده از واحد نمونه برداری بدست می آید.

معمولًا از هر پشته از مواد باید حداقل یک «نمونه کلی» تهیه گردد.

به عبارت دیگر تهیه یک نمونه کلی از هر پشته الزامی است.

## • آماده سازی نمونه :

به عملیاتی گفته میشود که روی نمونه کلی باید انجام بگیرد تا بتوان از آن یک یا چند «زیر نمونه تجزیه ای» جهت اندازه گیری کمیت مورد نظر بدست آورد.

این عملیات شامل خشک کردن، خرد کردن، پودر کردن، تقسیم کردن، سرنده کردن و همگن کردن نمونه است.

مسئله ای مهم در این مرحله اینست که باید ویژگی های معرف بودن نمونه در هر مرحله حفظ گردد. در طی مراحل مختلف آماده سازی باید از بروز خطاهای سیستماتیک جلوگیری کرد.

## • زیر نمونه:

به نمونه ای اطلاق میگردد که در پایان مرحله آماده سازی به عنوان بخشی که معرف «نمونه کلی» است بدست می آید.

هر اندازه گیری که روی یک زیر نمونه انجام میشود باید بتوان آنرا در سطح اعتماد معینی به «نمونه کلی» و نهایتاً به واحد نمونه برداری نسبت داد.

## • زیر نمونه تجزیه ای:

زیر نمونه ای است که مستقیما برای انجام آزمایشات و اندازه گیری کمیت های مورد نظر مورد استفاده قرار میگیرد. برای عیار سنجی، وزن زیر نمونه ای تجزیه ای معمولاً بین (۵/۰ تا ۱ گرم) است. ولی در مواردی خاص میتواند این رقم به ۱۰ تا ۳۰ گرم نیز افزایش یابد، مانند عیار سنجی فلزات گرانبهای.

## • پراش روی هم رفته:

کمیتی آماری است که برای سنجش دقت روی هم رفته مراحل مختلف نمونه برداری، آماده سازی و اندازه گیری نمونه ها به کار می رود. مقدار این پراش برابر مجموع پراش های مراحل سه گانه فوق است. بدیهی است برای تعیین آن باید مقدار هر یک از سه پراش مرحله نمونه برداری، آماده سازی و اندازه گیری معلوم باشد.

$$\text{اندازه گیری } V + \text{آماده سازی } V + \text{نمونه برداری } V = \text{کل } V$$

## • پراش کلی:

کمیتی است آماری که به عنوان ملاکی برآورده دقت کلی عملیات نمونه برداری، آماده سازی و اندازه گیری به کار میروند. برخلاف پراش روی هم رفته که در آن مقادیر جزئی هر یک از مراحل معلوم است، در مورد پراش کلی این مقادیر به صورتی جزئی معلوم نیست بلکه مقدار کلی آن معلوم است.

## • پراش توزیعی :

کمیتی است آماری برای ارزیابی شدت تغییرپذیری در توزیع فضایی ذرات با خواص مختلف در واحد نمونه برداری. بنابراین می تواند معرف درجه ناهمگنی توزیع فضایی ذرات در واحد نمونه برداری باشد. مقدار این کمیت در مقیاس بین نمونه ای سنجیده میشود.

## • پراش ترکیبی:

کمیتی است آماری برآورده شده تغییر پذیری ترکیب شیمیایی یا کانی شناسی(برای مثال عیار)بین ذرات منفرد تشکیل دهنده یک نمونه. این کمیت از نوع خواص «میکرو» میباشد در صورتیکه پراش توزیعی از نوع خواص «ماکرو» می باشد. این کمیت بیانگر درجه ناهمگنی ترکیبی در بین ذرات یک نمونه می باشد.

## صحت و دقت و ارتباط آنها با خطای سیستماتیک و تصادفی

خطای تصادفی در اثر عواملی خارج از کنترل شخص عمل کننده حاصل می گردد و بدین لحاظ وجود آنها اجتناب ناپذیر است ولی با استفاده از دستگاه های دقیق تر یا روش های مناسبتر میتوان مقدار آن را کاهش داد.

از ویژگی آماری این نوع خطا این است که جمع جبری آنها حول میانگین صفر میشود.

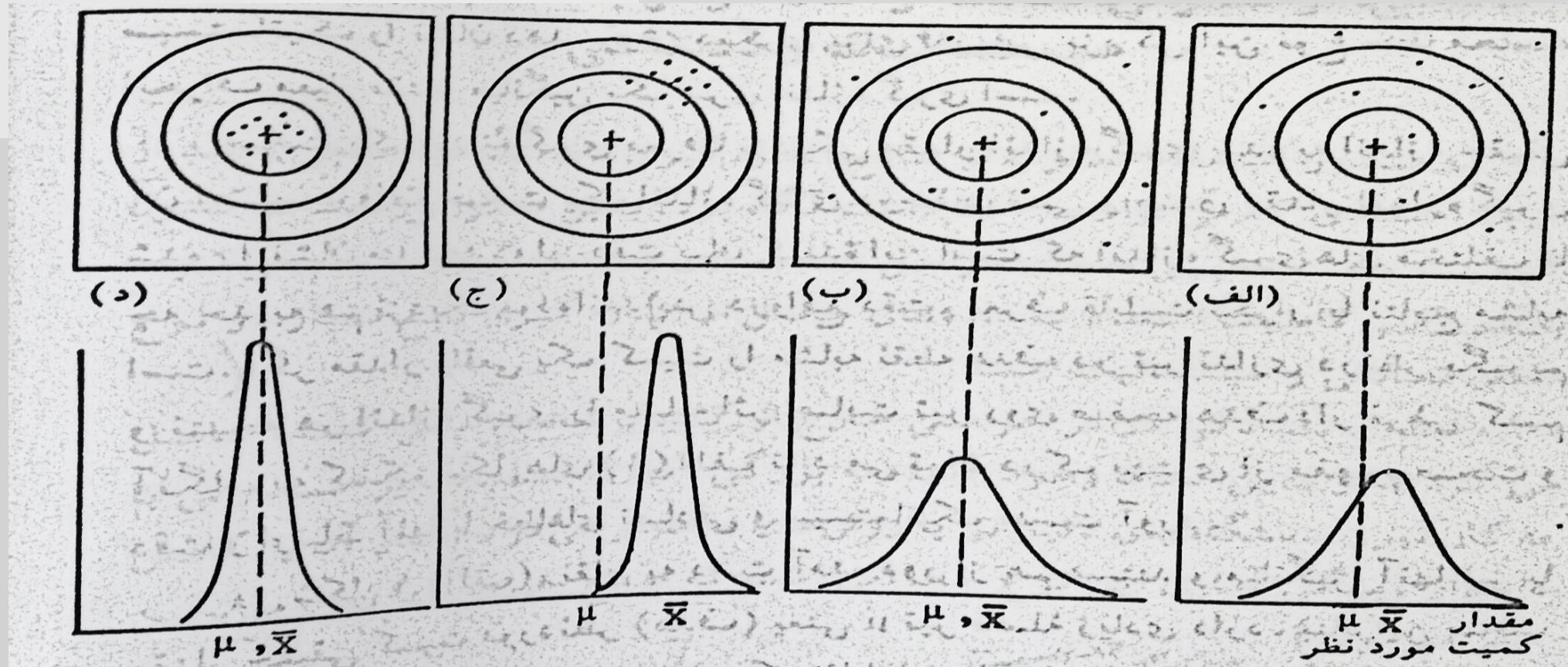
خطای سیستماتیک باعث میشود که میانگین مقادیر اندازه گیری شده یک کمیت به اندازه معین از مقدار حقیقی آن کمتر یا بیشتر شود. منظور از خطا در نمونه برداری، خطای سیستماتیک است زیرا خطای تصادفی صرفا در اثر تغییرات تصادفی ذاتی ایجاد میشود و در هر نوع اندازه گیری کم و بیش وجود دارد.

تغییرات تصادفی ذاتی مربوط به طبیعت است (مثل کانی سازی-سوپر ژنتیک بودن-...)

اگر مقدار یک کمیت معین فقط با یک آزمایش تعیین شود، نمی توان گفت که اختلاف مقدار اندازه گیری شده با مقدار حقیقی آن در اثر ورود خطای تصادفی یا خطای سیستماتیک بوده است.

برای تعیین این مسئله با یستی اندازه گیری ها به دفعات زیادی تکرار شوند. با محاسبه مقدار میانگین و پراش اندازه گیری ها می توان به بزرگی اثر خطای تصادفی رسید و با محاسبه اختلاف بین مقدار اندازه گیری ها و مقدار حقیقی میتوان مقدار خطای سیستماتیک را بدست آورد. روش دیگر برای ارزیابی این نوع خطاها محاسبه انحراف معيار مقدار میانگین یک سری اندازه گیری است.

صحت یک اندازه گیری معرف نزدیکی مقدار اندازه گیری شده به اندازه حقيقی آن است. در واقع صحت یک اندازه گیری درجه درستی و صدق مقدار اندازه گیری شده را نشان می دهد ولی دقت بیان کننده این است که اندازه گیری های مختلف اندازه گیری شده تاچه اندازه به هم نزدیک بوده اند. پس در واقع دقت ، معرف قابلیت تکرار با نتایج مشابه است.



با انحراف معیار مقدار میانگین می توان خطای سیستماتیک را اندازه گرفت.

خطای سیستماتیک می تواند باعث جابجایی منحنی توزیع و در نتیجه مقدار میانگین یک سری از اندازه گیری ها ( $\bar{x}$ ) گردد.

در عمل خطرناکترین عامل در اندازه گیری ها، وجود خطای سیستماتیک است، زیرا اثر آن به طور مشابه بر روی همه اندازه گیری ها منعکس می گردد.

بهترین روش برای رسین به کمترین مقدار خطای سیستماتیک به کار گیری روش کالیبریشن با استفاده از نمونه های استاندارد است.

## فصل دوم

# کاربرد قضایای احتمال در نمونه برداری

### ۰ آزمایش تصادفی:

یک آزمایش تصادفی عبارت است از عملی که نتیجه اش وقوع رخدادی است با کیفیت مشخص، از بین تعداد محدودی از رخداد های ممکن. نتیجه یک آزمایش تصادفی میتواند به صورت یک کیفیت و یا یک کمیت بیان شود.

### ۰ فضای نمونه برداری:

مجموعه ای که همه ای نتایج یا رخداد های ممکن از یک آزمایش تصادفی را دربر گیرد. این مجموعه میتواند متناهی یا نامتناهی باشد. به احتمالی که در آن احتمال وقوع هریک از حالات ممکن را حساب کرد، احتمال بدوى گویند.

در نمونه برداری عملی عمدتاً با احتمالات از نوع تجربه‌ای سروکار داریم. با این وجود برای ارائه مدل‌های نمونه برداری از احتمالات بدوي استفاده می‌شود.

برای محاسبه احتمالات بدوي یک رخداد ممکن باید تعداد اعضای مجموعه آن رخداد را بر تعداد عضو‌های فضای نمونه برداری تقسیم کرد.

**مثال:** اگر یک تاس را یک بار پرتاب کنیم، احتمال اینکه عدد ۵ را داشته باشیم عبارتست از:

$$A = [5] \longrightarrow n(A) = 1$$

$$S = (1, 2, 3, 4, 5, 6) \longrightarrow N = 6$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{N} = \frac{1}{6}$$

$$P = 0.167 \text{ or } \%16.7$$

در یک فضای نمونه برداری هم احتمال، شانس انتخاب شدن همهٔ عضو‌های آن بیکسان است.

فضای نمونه برداری هم احتمال  
 $N=6$   
 $P=16.7\%$

